

TATA79 – Inledande matematisk analys (6hp)

Kursinformation HT 2018

Examinator: David Rule

Innehåll

1 Kursinnehåll	2
A Logik och aritmetik	2
B Verktyg för bevisföring	2
C Funktioner och former	2
D Kvadratrötter och andra inversa funktioner	2
E Trigonometri	3
F Den naturliga exponentialfunktionen och sin invers	3
G Komplexa tal	3
2 Litteratur	3
2.1 Lärarundantaget	3
2.2 Användningsvillkoren	3
2.3 Andra litteratur	4
3 Undervisning och hemarbete	4
4 Examination	5
4.1 Skrivningar – duggor och/eller tentamen	5
4.2 Inlämningsuppgifter	6

Alla kursinformation finns även på <http://www.davidrule.net/tata79/>.

1 Kursinnehåll

Kursen är inte en repetitionskurs av gymnasiets matematik, utan den har högre mål. Avsikten med kursen är att den skall:

- träna logiskt tänkande, det vill säga att förmlera och lösa problem på ett systematiskt och logiskt sätt;
- öva att kommunicera matematik, det vill säga att kommunicera både skriftligt och muntligt lösningar av matematiska problem så att tankegången går att följa utan att läsaren/åhöraren behöver fylla i med en mängd ej uppenbara detaljer;
- ge en stabil grund för de fortsatta studierna.

De i kursen ingående momenten är uppdelade i sju moduler.

A Logik och aritmetik

Här funderar vi på grundläggande begrepp inom deduktiv slutledning, språket och notation som används i ett logiskt sammanhang och hur det kan skilja sig från vardagsspråket. Vi övar med grundläggande exempel från aritmetik och fundera på rollen talbeteckningssystemet spelar i det hela.

B Verktyg för bevisföring

Här introduceras begreppen av en mängd och en följd. Vi inför mer avancerade metoder för bevisföring såsom matematisk induktion och motsägelsebevis. Vi inför viktiga axiom som beskriver karaktären av reella tal och hur de kan användas för att utforska egenskaper hos delmängder av reella tal. Vi utforskar även i vilken utsträckning oändliga decimalutvecklingar kan beskriva reella tal.

C Funktioner och former

Vi inför begreppet av en funktion samt förknippade mängder såsom definitionsmängden, målmängden och grafen. Vi representerar grafen och andra mängder grafiskt med hjälp av koordinatsystemet. Vi studerar specifika funktioner såsom polynom och monotona funktioner och utreder deras egenskaper. Vi inför begreppen av en linje och en båge, samt formerna triangel, rektangel och cirkel. Vi även bevisa Pythagoras sats som hjälper oss förstå både trianglar och cirklar, med mera.

D Kvadratrötter och andra inversa funktioner

Vi utforskar vad krävs för att definiera en invers funktion. Genom att utforska potensfunktioner drar vi några viktiga slutsats om både naturen av de reella talen och begränsningarna av aritmetik. Vi definierar kvadratrötter samt andra rötter och använder de för att definiera rationella potenser och för att hitta nollställena till andragradspolynom.

E Trigonometri

Vi inför definitionerna av trigonometriska funktioner samt härleder många trigonometriska formler. Vi tillämpar de för att lösa många problem inom geometri och studerar även olikheter som trigonometriska funktioner uppfyller. Genom att begränsa definitionsmängderna av trigonometriska funktioner kan man definiera arcusfunktioner.

F Den naturliga exponentialfunktionen och sin invers

Med ränta på ett bankkonto som motivation definierar vi den naturliga exponentialfunktionen. Vi ser att den uppfyller samma regel som potenser uppfyller och till slut drar slutsatsen att den måste också vara en potens. Vi visa att den är inverterbar och kalla den inversa funktionen för den naturliga logaritmfunktionen. De två funktionerna kan sen användas för att utvidga begreppet av potens från rationella till reella tal.

G Komplexa tal

Vi utvidgar aritmetik med reella tal till en stör mängd som kallas för komplexa tal. Geometriskt kan alla komplexa tal representeras som punkterna i planet medan reella tal representeras som punkterna på en linje. Med hjälp av komplexa tal hitta vi nya nollställen till vissa andragradspolynom. Vi kan även införa den komplexa exponentialfunktionen som är en utvidgning av potenser från reella till komplexa tal.

2 Litteratur

2.1 Lärarundantaget

Precis som i många andra länder har Sverige en lång tradition av en arbetsfrihet för lärare och forskare inom högskolor och universitet som kallas för den akademiska friheten. Skälen att den finns är många, men en av de viktigaste är att samhället drar nytta av att forskning och undervisning är oberoende av politiska eller ekonomiska makter. Den akademiska friheten är både en frihet och ett ansvar: I Sverige och i synnerhet i Linköping universitet säger det Upphovsrättsliga lärarundantaget att läraren behåller både den idealiska och ekonomiska rättigheten till undervisningsmaterial som läraren producerar, men det innebär också att läraren har ansvar för materialets kvalitet och vetenskapligt grund. Universitet har en begränsad nyttjanderätt till material som är administrativt i karaktär, men inte föreläsningssanteckningar och dylika verk om igen särskild överenskommelse har undertecknats.

2.2 Användningsvillkoren

Föreläsningssanteckningar *Ge svar på tal*, uppgifter och lösningsförslag delas ut gratis av läraren under kursens gång under villkoret att materialet endast används för personligt,

icke-kommersiellt bruk. Materialet får inte omarbetas eller spridas vidare utan författarens skriftligt tillstånd. Ni kommer få mer information om hur ni kan ladda ner materialet från kurshemsidan via mejl och i föreläsningarna.¹ Genom att ladda ned materialet från hemsidan godkänner du de här användningsvillkoren.

2.3 Andra litteratur

Uppgifterna kompletteras med övningsmaterialet *Problem för envar*, Linköping 2013. Det är det enda materialet ni måste köpa för kursen och är relativt billigt.² Andra material tas från *Undersökande matematik* av Henrik Petersson, Studentlitteratur 2017 och delas ut enligt Bonus avtalet. Ni måste inte köpa den, men den är en väldigt välskriven bok så det blir igen fel att köpa den!

3 Undervisning och hemarbete

Kursen uppdelas i sju moduler A-G som följer innehållet som beskrevs i avsnitt 1 ovan. Kursen är organiserat delvis kring den pedagogiska strategien som kallas för det flippade klassrummet. Det innebär att studenterna förväntas läsa kursmaterialet själva inför varje moment i kursen.

En godtyckligt modul, Modul X, organiseras så här:

- Modulen börjar med en lektion som handlar om material i avsnitt X.1 i föreläsningssanteckningar. Studenterna läser avsnitt X.1 från föreläsningssanteckningar och försöker lösa självstudieuppgifter i avsnitt X.1 från uppgiftsamlingen **förrän** lektionen. Att man jobbar själv i förväg kan innebära att man kör fast då och då, men erfarenhet visar att det är inget problem. Tvärtom det kan vara till stort nytta att fundera på ett problem man har inte löst än för ett tag!

Under första halvan av lektionen jobbar studenterna i små grupper av 2-5 personer på grupparbetet i avsnitt X.1 och sen presenterar och diskuterar de arbetet med hela klassen. I andra halvan av lektionen får studenterna jobba på andra (självstudie- eller inlämnings)uppgifterna och ställa frågor de inte har lyckats svara på själva.

- En föreläsning ges som sammanfattar och repeterar materialet i X.1 och X.2. Studenterna förväntas läsa avsnitt X.2 från föreläsningssanteckningar **förrän** föreläsningen.
- Andra lektionen i modulen handlar främst om material i avsnitt X.2 i föreläsningssanteckningar. Studenterna försöker lösa självstudieuppgifter i avsnitt X.2 från uppgifterna **förrän** lektionen. Under första halvan av lektionen jobbar studenterna igen

¹Kursens innehåll finns även i de två första kapitlen ur boken *Matematisk analys, en variabel* av Göran Forsling och Mats Neymark, Liber 2012. Man ska vara uppmärksam på att några moment i kursen, till exempel potens och logaritm, behandlas på ett olik sätt i boken jämfört med föreläsningssanteckningarna. Därför är det bäst att vända sig först till föreläsningssanteckningar.

²Det används också i kommande kurser (Envariabelanalys 1 och Envariabelanalys 2).

i små grupper på grupparbetet i avsnitt X.2 och sen presenterar och diskuterar de arbetet med hela klassen. I andra halvan av lektionen får studenterna jobba på andra (självstudie- eller inlämnings)uppgifterna och ställa frågor.

- Under modulens gång har studenterna två handledningstillfällen med en student handledare. Här jobbar studenterna främst med inlämningsuppgifterna från avsnitt X.1 respektive X.2 från uppgiftsamlingen.

Precisa upplägget av en modul kan variera lite på grund av schemaläggningsbegränsningar och så vidare. Undervisningen består av 74 schemalagda timmar. Därför efter sju moduler har man $74 - 7(2 + 2 + 2 + 4) = 4$ timmar kvar för en sammanfattande föreläsning och en sammanfattande lektion. Kursen omfattar 6 högskolepoäng, det vill säga 160 arbetstimmar så de kvarstående $160 - 74 = 86$ timmar är självstudietimmar som ni får använda som förberedelse tid samt tentaplugg.

4 Examination

Kursen examineras genom två duggor (1,5 resp. 3 hp) och obligatoriska inlämningsuppgifter (1,5 hp). Dugga 1 omfattar moduler A–D i anteckningar, dugga 2 omfattar hela kursen, det vill säga moduler A–G. Du **ska** anmäla dig till dugga 1 och 2; detta gör du via Portalen.

För den som inte har klarat båda duggorna ges också en tentamen, där resultat på duggor tillgodoräknas enligt regler som beskrivs nedan. Vill du skriva tentamen, så måste du anmäla dig via Portalen. Denna tentamen är öppen även för den som vill försöka höja betyget. **Man behöver inte gå upp på tentamen om man klarat båda duggorna.**

▷ Slutbetyg för hela kursen erhålls först när *alla* moment i kursen är avklarade; det vill säga både duggor (eller tentamen) och inlämningsuppgifter.

4.1 Skrivningar – duggor och/eller tentamen

Skrivning	KOD	Tillfälle 1	Tillfälle 2	Uppgifter, poäng	Godkänt
Dugga 1	TEN1	Tors 29:e nov.	Mån 7:e jan.	5 st, 15p	7p
Dugga 2	TEN2	Mån 14:e jan.		7 st, 21p	9p
Tentamen	TEN3	Påsk	Augusti	7 st, 21p	9p

Har man klarat en viss dugga får man inte gå upp på den vid något senare tillfälle. Vill man försöka höja sitt betyg får man istället delta i tentamen.

▷ Godkända duggor räknas i all framtid. Man får försöka hur många gånger som helst på en dugga man inte klarat, alltså även kommande läsår. Har man blivit godkänd på tentamen får man däremot inte gå upp på någon mer dugga.

Slutbetyget avgörs av poängsumman från de två duggorna – *förutsatt att båda är godkända* – eller av poängen på tentamen, beroende på vilket som ger högst poäng.

Betyg	3	4	5
Duggapoäng	16p	21p	26p
Tentamenspoäng	9p	12p	15p

Om man går upp på tentamen kan duggaresultaten ge bonuspoäng. Har man mindre än 9p på själva tentamensuppgifterna så kan bonusen användas för att få sammanlagt maximalt 9p på tentamen. Har man 9p eller mer på tentamensuppgifterna så får man ej någon bonus. Bonusen räknas alltså bara för att få betyget 3 och gäller ej för betygen 4 respektive 5.

Resultat	Bonus
Godkänd dugga 1	2p (för betyg 3)
6–8p på dugga 2	2p (för betyg 3)
Godkänd dugga 2	4p (för betyg 3)

4.2 Inlämningsuppgifter

För att klara inlämningsuppgifterna måste man bli godkänt på omgång 1 och omgång 2 av inlämningsuppgifterna samt vara en aktiv deltagare i grupparbete i lektionerna. Omgång 1 delas upp i fyra delar, A-D, och omgång 2 delas upp i tre delar, E-G. Varje del består av två uppgifter som ska lämnas in för rättning senast vid ”inlämning senast”-datumet nedan och eventuella komplettering ska lämnas in senast vid ”inlämning av komplettering senast”-datumet. Klockslaget av deadline är alltid kl. 12.30.

Inlämningsuppgifterna för varje modul lämnas in till din handledare eller i gruppens fack som ligger i korridoren 2A, B-huset, mellan ingångar 21 och 23. Inlämningsuppgifterna för varje modul har en deadline som finns i både kurs-PM och ovanför själva uppgiften. Man skall lämna in lösningar tillsammans med ditt personligt omslag (OBS: Omslaget har två sidor!). Du får återkoppling senast två arbetsdagar efter första inlämningsdeadline. Kolla facket om du har inget handledningstillfälle på samma dag! Inlämning av eventuell komplettering samt hämtning av återkoppling skes på samma sätt fram till kompletteringsdeadline som också finns i både kurs-PM och ovanför uppgiften.

Uppgifterna belyser ett flertal viktiga moment i kursen som du måste behärska. Förutom att du skall lära dig dessa moment är syftet också att du via rättningen skall *lära dig att presentera lösningar på matematiska problem* på ett logiskt hållbart och ändå lättläst sätt. Just detta att presentera lösningar kan i början uppfattas som svårt. En vanlig fråga från studenter är ”Vad skall jag skriva?”. Försök skriva så att du själv (och dina kurskamrater!) kan förstå vid en ny genomläsning efter några dagar. Skriv heller aldrig något som du själv inte förstår. I föreläsningsanteckningar finns också många exempel med färdiga lösningar som du kan studera vid behov.

Tänk också på att alltid kontrollera lösningarna innan du lämnar in dem. Är svaren rimliga? Är alla resultat på vägen riktiga? Dels skaffar du dig en god vana som du kommer ha stor nytta av senare (inte minst i analyskurserna), dels kan du också undvika onödiga returer.

Även om all examination är individuell får (och bör) man **samarbeta med andra** vid lösning av inlämningsuppgifterna. **Avskrivning är dock inte tillåten!**

Inlämningsomgångarna är konstruerade för att passa ihop med närmast förestående dugga och du får återkoppling ungefär två dagar efter inlämning. Se därför till att lämna in lösningarna i god tid så att du hinner få tillbaka dem rättade före duggan, det kommer att vara till stor hjälp.

Omg	Inlämning senast	Inlämning av komplettering senast
1	A den 9:e november 2018	
	B den 15:e november 2018	
	C den 26:e november 2018	den 3:e december 2018
	D den 26:e november 2018	
2	E den 3:e december 2018	
	F den 7:e december 2018	den 17:e december 2018
	G den 7:e december 2018	

Lämna alltid in eventuella returer så fort som möjligt, och allra senast vid ”Inlämning av komplettering senast”-datumet. Den som inte fått omgång 1 eller 2 godkänd inom utsatt tid får göra om samma omgång nästa läsår. Vi rättar inga för sent inlämnade returer.

Praktiska råd om inlämningsuppgifterna

- På alla inlämnade papper skall du skriva namn, lektionsgrupp och ditt LiU-ID.
- Lämna inte in lösningar till uppgifter som redan är godkända.