
Inledande matematisk analys (TATA79)

Höstterminen 2017

Modul D: Kvadratrötter och inversa funktioner

Förberedelse

D.1 Läs första två stycken i avsnitt 3.3 i *Ge svar på tal*.

Lektion D1: Inversa funktioner

Grupparbete

D.2 Anta att $a, b, c \in \mathbf{R}$ är givna konstanter. I där här uppgiften undersöker när funktionen definierad genom uttrycket

$$f(x) = \frac{ax - b}{x - c} \quad (\text{D.1})$$

är inverterbar. Om en funktion är inverterbar eller inte beror på vad funktionens definitions- och målmängd är.

- För vilka $x \in \mathbf{R}$ är uttrycket i (D.1) definierat? För vilka $x \in \mathbf{R}$ är uttrycket odefinierat? Avgör därifrån vad är den största delmängd av \mathbf{R} som kan vara f :s definitionsmängd. Vi kallar den där mängden för D .
- Anta att $b = ac$. Vilka värde kan funktionen f anta? Mer precis sagt, för vilka $y \in \mathbf{R}$ finns det $x \in D$ så att $f(x) = y$.
- Kan f vara inverterbar i fallet $b = ca$? Motivera ditt svar.
- Anta att $b \neq ac$. Finns det $x \in D$ så att $f(x) = a$?
- Under antagandet att $b \neq ac$ utred för vilka tal $y \neq a$ det finns $x \in D$ så att $f(x) = y$. Identifiera talet x som en funktion av y om det är möjligt.
- Ge ett rimligt val av definitions- och målmängd för funktionen f samt en villkor för att det är inverterbar. I fallet den är inverterbar, ge inversen.

Självstudieuppgifter

D.3 Lös problem 2.1(a), (c) och (d) från *Problem för envar*.

Innan vi försätter behöver vi förstå hur man kan definiera en invers till funktionen $x \mapsto x^2$ samt andra heltals potenser $x \mapsto x^n$ (för $n \in \mathbf{Z}_+$). De funktioner kallas för kvadratrötter respektive n :e rötter. Förbered dig för de följande uppgifterna genom att göra uppgift D.6.

D.4 Lös problem 2.4 från *Problem för envar*.

D.5 Betrakta en funktion $f: D \rightarrow M$ som ges av uttrycket

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}.$$

Syftet av den här uppgiften är att utreda definitionsmängden D och målmängden M så att f är bijektiv.

- (a) Utred den största mängden mängd av x så att $f(x)$ är definierad. Ta den mängden som functionens definitionsmängd D .
- (b) Utred med bevis vad man måste ta för M för att f blir surjektiv.
- (c) Med M som i (b) är $f: D \rightarrow M$ injektiv? Motivera ditt svar.
- (d) Ge ett explicit uttryckt för inversen till f .

Förberedelse för föreläsning D: Pytagoras sats, inversa funktioner och rötter

D.6 Läs avsnitt 3.2 och läs om avsnitt 3.3 i *Ge svar på tal*.

Lektion D2

Grupparbete

† D.7 Gör uppgift 5.48 från Henrik Peterssons *Undersökande matematik*. Detta material är borttaget från hemsidans version för att det är skyddat enligt lagen om upphovsrätt.

Självstudieuppgifter

- D.8 (a) Betrakta ett heltal m . Bevisa att om m^2 är delbart med 3 då är m delbart med 3.
(b) Bevisa att $c^2 = 3$ medför att c är inte rationellt.
- D.9 (a) Betrakta ett heltal m . Bevisa att om m^2 är delbart med 6 då är m delbart med 6.
(b) Bevisa att $c^2 = 6$ medför att c är inte rationellt.
- D.10 Hitta ett heltal m så att m^2 är jämnt delbart med 9 fast m är det inte.
- D.11 Utifrån uppgifter D.8–D.10 formulera en generalisering av sats 3.3.

Inlämningsuppgifter

D.12 Gör inlämningsuppgifter D och lämna de in till din handledare eller i gruppens fack som ligger i korridoren 2A, B-huset, mellan ingångar 21 och 23. **Du får lämna in de senast den 17:e november 2017** och får återkoppling inom två dagar (kolla facket om du har inget handledningstillfälle). Inlämning av eventuell komplettering samt hämtning av återkoppling skers på samma sätt. **Komplettering får lämnas in senast den 27:e november 2017.**