Inledande matematisk analys (TATA79)
Höstterminen 2015
Föreläsnings- och lekionsplan 1

Föreläsningar och lektioner innan den första duggan kommer att se ut så här. Innan man börjar att plugga på lektionsuppgifter eller inlämningsuppgifter är det en bra idé att först läsa genom motsvarande avsnitten i föreläsningsanteckningar.

- **Föreläsning 1** 2.1.1 Decimalutveckling, 2.2.1 Axiom, 2.2.2 Heltalspotenser
  - **Lektion 1** Representanter för reella tal och rationella tal
    1. Läs genom avsnitt 2.1.1 och 2.1.2.
    2. Räkna de första fyra siffrorna i en decimalutveckling för 3, 2/3, 1/2 och 14/9.
    3. Betrakta algoritmen i avsnitt 2.1.1. Istället för att dela streck i tio kan man delar de i m-delar. Då får man ett annat talsystem! Till exempel om $m = 2$ kallas systemet för binära talsystemet och om $m = 3$ kallas systemet för ternära talsystemet.
       (a) Räkna de första fyra siffrorna i en utveckling för 3, 1/3, 1/2 och 4/7 i binära talsystemet.
       (b) Räkna de första fyra siffrorna i en utveckling för 3, 1/3, 1/2 och 4/7 i ternära talsystemet.
    4. Extra: Använder en sökmotor eller universitetsbibliotek för att lära mer om det *babyloniska talsystemet* och det *egyptiska talsystemet*.
  - **Lektion 2** Axiom och heltalspotenser
    1. Läs genom avsnitt 2.2.1 men innan du läser lösningarna till exemplen i avsnitt 2.2.1 först försök lösa dem på egen hand.
    2. Läs genom avsnitt 2.1.2.
    3. Lös systemet
    $$\begin{cases} 0 &= 4a + 2b + c \\ 0 &= a + b + c \\ 0 &= c \end{cases} \tag{†}$$
    för a, b och c.
    4. Anta att $0 = ax^2 + bx + c$ för givna a, b och c och alla reella tal x. Bevisa att a, b och c uppfyller (†).
    5. Anta att
    $$2x^2 - 3bx + 7 = (3 - a)x^2 + abx + c - 2$$
    för givna a, b och c och alla reella tal x. Räkna ut a, b och c.
    6. Lös uppgifter 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5 och 1.6 i *Problem för envar.* (Fråga lektionsledaren om du vet inte vad minsta gemensamma nämnaren betyder.)
  - **Handledningstillfälle 1**
- **Föreläsning 2** 2.3.1 Mängder, 2.3.2 Följder, 2.3.3 Aritmetiska och geometriska följder, 2.4.1 Summor
  - **Lektion 3** Mängder, supremum och infimum
    1. Läs genom avsnitt 2.3.1.
    2. Bevisa sats 2.10.
    3. Bevisa att om två mängder A och B är uppåt begränsade då är både $A \cup B$ och $A \cap B$ uppåt begränsade.
    4. Anta att $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ är en följd så att $a_{n+1} \geq a_n$ för alla $n = 1, 2, 3, \ldots$. Visa att
    $$\inf_n a_n = a_1.$$
    5. Ge den minsta övre begränsningen och den största undre begränsningen av följande mängder om dem finns. Du behöver inte ge bevis.
       (a) $(-1, 1)$
       (b) $\{x \mid x - 2 = 9\}$

Senast ändrad: 14 november 2015.

(c) $\{x \mid x - 2 \geq 9\}$
(d) $\{x \mid (x-2)(x-1) < 0\}$
(e) $\{x \mid 6x - 11 - x^2 > 0\}$

6. Extra: En av de två följande uppgifter är fel. Vilken och varför?
   (a) Till den närmaste tusen fick Eurovision finalen 3 364 000 tittare. Vad är den största antalet som kunde har tittat på finalen?
   (b) Jag mätte min sons kroppslängd till de närmaste centimeter och den var 93cm. Vad är den största längd han kan har?

– **Handledningstillfälle 2** Lämna in uppgifter 1a senast den 6:e november

– **Lektion 4** Följder, aritmetiska och geometriska följder, och summor

1. Läs genom avsnitt 2.3.2, 2.3.3 och 2.4.1.
2. Bevisa att
$$\sum_{i=n}^{m}(a_i + b_i) = \sum_{i=n}^{m} a_i + \sum_{i=n}^{m} b_i$$
och
$$\sum_{i=n}^{m}(ca_i) = c\sum_{i=n}^{m} a_i.$$
för $n \leq m$, reella tal $a_i, b_i \in \mathbf{R}$ för $i = n, n+1, \ldots, m$, och $c \in \mathbf{R}$. (Uppgiften är att bevisa sats 2.20.)
3. Lös uppgifter 1.51, 1.52, 1.53, 1.54(b), 1.55(b), 1.56 och 1.57 i *Problem för envar.*

– **Handledningstillfälle 3** Rättade uppgifter 1a ges tillbaka

• **Föreläsning 3** 2.5 Funktioner, 3.1 Former och vinkel, 3.2.1 Pythagoras sats, 3.2.2 Lösningar c till $c^2 = 2$ är inte rationella

– **Lektion 5** Funktioner

1. Skissa graferna av följande funktioner $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$.
   (a) $f(x) = 2x - 2$.
   (b) $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & \text{om } x \leq 2, \\ 2 + 2x - x^2 & \text{om } x > 2. \end{cases}$
   (c) $f(x) = 2x^2 + 8x + 16$.
2. Bevisa att funktionen $g\colon [-4,\infty) \to \mathbf{R}$ definierad enligt formeln $g(x) = x^2 + 8x + 17$ för $x \in [-4,\infty)$ är strängt växande men funktionen $h\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definierad enligt formeln $h(x) = x^2 + 8x + 17$ för alla $x \in \mathbf{R}$ är varken växande eller avtagande.
3. Lös uppgifter 2.38(b)–(j), 2.39(b)–(c) och 2.42 i *Problem för envar.* En funktion $f\colon D \to \mathbf{R}$ kallas för *uppåt begränsad* om det finns ett $C \in \mathbf{R}$ så att $f(x) \leq C$ för alla $x \in D$. En funktion $f\colon D \to \mathbf{R}$ kallas för *nedåt begränsad* om det finns ett $C \in \mathbf{R}$ så att $C \leq f(x)$ för alla $x \in D$. En funktion $f\colon D \to \mathbf{R}$ kallas för *begränsad* om den är både uppåt och nedåt begränsad.

– **Handledningstillfälle 4** Lämna in uppgifter 1b senast den 13:e november

– **Lektion 6** Former, vinkel, Pythagoras sats och irrationella tal

1. Läs genom avsnitt 3.1, 3.2.1 och 3.2.2.
2. Skissa mängderna
   (a) $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$,
   (b) $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 = r^2\}$ och
   (c) $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \mid (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2\}$,
   förgivna $(a,b) \in \mathbf{R}^2$ och $r > 0$. Motivera dina skisser med hjälp av Pythagoras sats.
3. Hur många sätt finns det att rita fyra streck mellan fyra punkter? Rita några exemplar.
4. Betrakta ett heltal m. Bevisa att om m^2 är delbart med 3 då är m delbart med 3.
5. Bevisa att $c^2 = 3$ medför att c är inte rationellt.

– **Handledningstillfälle 5** Rättade uppgifter 1b ges tillbaka