

Instruktioner: Svara på alla uppgifter. Det finns fem uppgifter och varje uppgift kan ge maximalt 3 poäng. För godkänt betyg räcker 7p. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget. Lösningarna skall vara välmotiverade och ordentligt skrivna. Inga hjälpmedel tillåtna. Lycka till!

- (1) Betrakta polynomen $p: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ och $q: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ som ges av uttrycken

$$p(x) = x^{135} + 2^{75}x^{60}, \quad \text{och}$$
$$q(x) = x^2 - x - 2.$$

- (a) Skissa grafen av q .
(b) Räkna ut resten av p delat med q . (Du behöver inte räkna ut eventuella potenser av 2 som förekommer i ditt svar.)

- (2) Beräkna summan

$$\sum_{k=1}^{53} \left(1 + \frac{2k + 8k^2}{k} \right).$$

- (3) Avgör med bevis vilken av de följande följderna $(a_n)_n$ som är växande eller avtagande:

- (a) $a_n = \frac{3n+1}{n}$ för $n \in \mathbf{Z}_+$;
(b) $a_n = \frac{1}{n^2-5n+7}$ för $n \in \mathbf{Z}_+$; och
(c) $a_n = \frac{n^2-2n}{n^2}$ för $n \in \mathbf{Z}_+$.

- (4) Välj en följd $(a_n)_n$ från uppgift 3 och utred med bevis vad följdens minst övre begränsning $\sup_n a_n$ är.

- (5) (a) Ange Pythagoras sats.
(b) Använd bilden nedan för att ge ett bevis av Pythagoras sats.

